Correction non rédigée

Le binôme ax+b est du signe de a pour toutes les valeurs de x supérieures à celle (–b/a) qui annule ce binôme.

Exercice 1 : signe de $(2x - 2)(-x + 3)$

1. Valeurs qui annulent les binômes : 1 et 3

Valeur de x	$-\infty$		1		3		$+\infty$
Signe de $2x - 2$		$-$	0	$+$		$+$	
Signe de $-x + 3$		$+$		$+$	0	$-$	
Signe de $(2x - 2)(-x + 3)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

2. $(2x - 2)(-x + 3) < 0$ pour $x \in]-\infty; 1[\cup]3; +\infty[$.
   $(2x - 2)(-x + 3) > 0$ pour $x \in]1; 3[$. $(2x - 2)(-x + 3) = 0$ pour $x \in \{1 ;3\}$

Exercice 2 :

Résoudre les inéquations suivantes grâce un tableau de signes :

1. $(x + 1)(3 - x) \geq 0$

x	$-\infty$		-1		3		$+\infty$
(x+1)		-	0	+		+	
(3-x)		+		+	0	-	
(x+1)(3-x)		-	0	+	0	-	

$S = [-1 ;3]$

2. $(x + 2)(4 - 2x) \geq 0$

x	$-\infty$		-2		2		$+\infty$
(x+2)		-	0	+		+	
(4-2x)		+		+	0	-	
(x+2)(4-2x)		-	0	+	0	-	

$S = [-2; 2]$

3. $\left(\frac{7}{3}x - 2\right)(-x+5) < 0$

x	$-\infty$		6/7		5		$+\infty$
$\left(\frac{7}{3}x - 2\right)$		-	0	+		+	
$(-x + 5)$		+		+	0	-	
$\left(\frac{7}{3}x-2\right)(-x+5)$		-	0	+	0	-	

$S =]-\infty; -6/7[\cup]5; +\infty[$

4. $2x(x - 3) > 0$

x	$-\infty$		0		3		$+\infty$
2x		-	0	+		+	
$(x - 3)$		-		-	0	+	
$2x(x - 3)$		+	0	-	0	+	

$S =]-\infty; 0[\cup]3; +\infty[$

Exercice 3 :

1. $\frac{3-2x}{7+x} \leq 0$ est définie sur $\mathbb{R} - \{-7\}$

x	$-\infty$		-7		3/2		$+\infty$
$(3 - 2x)$		+	‖	+	0	-	
(7+x)		-		+		+	
$\frac{3-2x}{7+x}$		-	‖	+	0	-	

$S =]-\infty; -7[\cup [\frac{3}{2}; +\infty[$

2. $-\frac{\frac{1}{2}x-2}{x+3} < 0 \Leftrightarrow \frac{\frac{1}{2}x-2}{x+3} > 0$ est définie sur $\mathbb{R} - \{-3\}$

x	$-\infty$		-3		4		$+\infty$
(x+3)		-	‖	+		+	
$\left(\frac{1}{2}x - 2\right)$		-		-	0	+	
$\frac{\frac{1}{2}x - 2}{x + 3}$		+	‖	-	0	+	

$S =]-\infty; -3[\cup]4; +\infty[$

3. $\frac{-2x+3}{x} \geq 2$ est défini sur $\mathbb{R}^*$ et équivaut à $\frac{-2x+3}{x} - 2 \geq 0$ soit $\frac{-4x+3}{x} \geq 0$

d'où le tableau de signe :

x	$-\infty$		0		3/4		$+\infty$
x		-	||	+		+	
(-4x+3)		+		+	0	-	
$\frac{-4x+3}{x}$		-	||	+	0	-	

Donc $S =]0;3/4]$

Exercice 4 : Étudier le signe des expressions suivantes après les avoir factorisées

F (x) = (x + 1) + (3x – 2)(x + 1) = (x+1)(1+3x-2) = (x+1)(3x-1)

G (x) = (2 – x)(3 –x) – (x – 2)(5x) = (2-x)(3-x)+(2-x)(5x) = (2-x)(4x+3)

D'où les tableaux de signes:

x	$-\infty$		-1		1/3		$+\infty$
(x+1)		-	0	+		+	
(3x-1)		-		-	0	+	
F(x)		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		-3/4		2		$+\infty$
(2-x)		+		+	0	-	
(4x+3)		-	0	+		+	
G(x)		-	0	+	0	-	

Exercice 5 : Une entreprise fabrique une quantité x d'objets, x est compris entre 0 et 80.

Le bénéfice est donné en fonction de x par :

$B(x)= x^2 – 54x + 200$

1. $(x – 4)(x – 50) = x^2-50x-4x+200 = x^2-54x+200 = B(x)$
2. résoudre l'inéquation $B(x) > 0$

x	0		4		50		80
(x-4)		-	0	+		+	
(x-50)		-		-	0	+	
B(x)		+	0	-	0	+	

$S = [0;4[\cup]50;80[$

3. Pour que l'entreprise réalise un bénéfice il faut qu'elle produise moins de 4 objets ou plus de 50.

Exercice 6 : Résoudre les inéquations suivantes :

$(– x – 4)(x – 25)(x + 3) \leq 0$

x	$-\infty$		-4		-3		25		$+\infty$
(-x-4)		+	0	-		-		-	
(x-25)		-		-		-	0	+	
(x+3)		-		-	0	+	0	+	
f(x)		+	0	-	0	+	0	-	

$S = [-4;-3] \cup [25;+\infty[$

1. $x^2(x + 3) > 0$ est du même signe que (x+3) et ne doit pas être nul donc $S =]-3;0[\cup]0;+\infty[$
2. $x^2 – 25 \geq 0$ équivaut à $(x-5)(x+5) \geq 0$

d'où le tableau de signe :

x	$-\infty$		-5		5		$+\infty$
(x+5)		-	0	+		+	
(x-5)		-		-	0	+	
(x+5)(x-5)		+	0	-	0	+	

$S =]-\infty;-5] \cup [5;+\infty[$